

# Thiết kế thuật toán điều khiển cho xe tự hành dựa trên kỹ thuật Backstepping và điều khiển trượt

Phạm Thị Hương Sen<sup>1,2)</sup>, Nguyễn Văn Nam<sup>1)</sup>, Dương Quang Hà<sup>1)</sup>, Nguyễn Minh Viễn<sup>1)</sup>, Phan Xuân Minh<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Viện Điện, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

<sup>2)</sup> Khoa Điều khiển và Tự động hóa, Đại học Điện lực

## Tóm tắt

Bài báo này đề xuất một giải thuật điều khiển bám quỹ đạo đặt cho xe tự hành (WMR), dựa trên phương pháp điều khiển trượt kết hợp với kỹ thuật backstepping. Giải thuật điều khiển bám quỹ đạo trượt backstepping đảm bảo hệ kín ổn định và sai lệch bám tiến về không. Kết quả được mô phỏng kiểm chứng cho thấy tính đúng đắn và khả năng ứng dụng trong thực tế của giải thuật được đề xuất.

**Từ khóa:** Xe tự hành, WMR, điều khiển trượt, Backstepping

## 1. Giới thiệu chung

Trong những thập niên gần đây, xây dựng thuật toán điều khiển bám quỹ đạo mong muốn cho xe tự hành đã và đang được quan tâm nhiều. Xe tự hành thuộc lớp đối tượng thiếu cơ cấu chấp hành, có mô hình động học và động lực học phi tuyến phi tuyến dạng hệ non-holonomic.

Điều khiển xe di chuyển bám theo quỹ đạo cho trước trong khi hệ có những tham số bất định như có sự thay đổi khối lượng, mômen quán tính, bánh xe di chuyển có khả năng bị trượt,... khi đó, đòi hỏi việc thiết kế bộ điều khiển phải khắc phục được tron tru, đặc biệt là khi các cơ cấu đo bị hạn chế và có giá thành cao.

Các nhà khoa học đã công bố nhiều phương pháp điều khiển khác nhau để thiết kế luật điều khiển xe tự hành, đa số các phương pháp sử dụng cấu trúc hai bộ điều khiển cho mạch vòng động học và mạch vòng động lực học [1, 2]. Trong [3] đã sử dụng bộ điều khiển trượt tầng kết hợp backstepping, điều khiển trượt thích nghi cho mạch vòng động học [2], phương pháp backstepping [4], phương pháp điều khiển thích nghi [5,6].

Bài báo này đề xuất một cấu trúc điều khiển mới, chỉ sử dụng một mạch vòng điều khiển, thiết kế bộ điều khiển bám quỹ đạo cho xe tự hành dựa trên kỹ thuật Backstepping kết hợp với điều khiển trượt đảm bảo hệ kín ổn định. Bài viết được chia thành bốn phần, phần một là giới thiệu chung, phần hai giới thiệu về mô hình động học của xe. Phần ba thiết kế bộ điều khiển. Cuối cùng là phân tích đánh giá kết quả ở phần bốn.

## 2. Mô hình động học

Mô hình xe tự hành sử dụng trong bài báo chuyển động trên mặt phẳng, có hai bánh đẩy phía sau và một bánh lái phía trước, được biểu diễn trong Hình 1. Tọa độ OXY và Oxy lần lượt là hệ tọa độ cố định và hệ tọa độ cục bộ gắn trên xe, khi đó (X,Y) là tọa độ của trọng tâm

xe trong hệ tọa độ cố định. Góc  $\theta$  là góc quay của trục x so với trục X, gọi là góc hướng của xe. Như vậy, vị trí của xe hoàn toàn được xác định bởi vectơ  $q = [x \ y \ \theta]^T$ .

Các thông số của xe cần quan tâm gồm: m, I- khối lượng và mômen quán tính tương ứng của xe; r- bán kính của bánh xe phía sau; L- một nửa của khoảng cách giữa 2 bánh đằng sau của xe. Và hệ số lực ràng buộc Lagrange  $\lambda = -m\dot{\theta}(\dot{x}\cos\theta + \dot{y}\sin\theta)$ . Cùng với  $\tau_1, \tau_2$ - mômen của động cơ trái, động cơ phải.

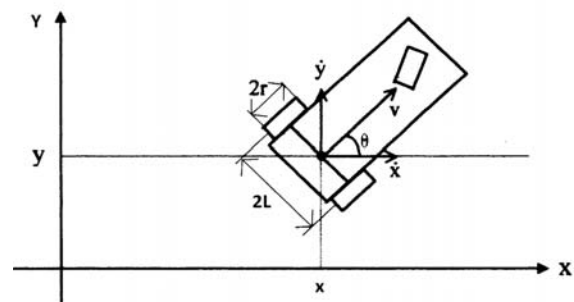
Giả thiết xe không bị trượt thì sẽ chuyển động với điều kiện ràng buộc non-holonomic là:

$$\dot{x}\sin\theta - \dot{y}\cos\theta = 0 \quad (1)$$

Chuyển động của xe tự hành được mô tả bởi phương trình động học:

$$\begin{cases} \dot{x} = v\cos\theta \\ \dot{y} = v\sin\theta \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (2)$$

Trong đó  $v$  là vận tốc dài của xe dọc theo trục x và  $\omega$  là vận tốc quay. Giả thiết  $|v| \leq v_{\max}$ ,  $|\omega| \leq \omega_{\max}$ , với  $v_{\max}$  và  $\omega_{\max}$  là giá trị tốc độ lớn nhất.



Hình 1. Mô hình xe tự hành

Phương trình động lực học xe tự hành được mô tả dưới dạng phương trình Euler- Lagrange:

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = E(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (3)$$

Trong đó  $M(q)$  là ma trận quán tính,  $C(q, \dot{q})$  ma trận thành phần mômen Coriolis và hướng tâm,  $G(q)$  vectơ mômen trọng lực,  $E(q)$  ma trận chuyển đổi đầu vào. Khi xe di chuyển trên mặt đất, trọng tâm xe nằm trên trục nối giữa hai bánh xe thì  $C(q, \dot{q}) = G(q) = 0$ , phương trình động lực học của xe là

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \theta \\ \sin \theta & \sin \theta \\ L & -L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \\ 0 \end{bmatrix} \lambda \quad (4)$$

Mô hình động học của xe theo [1], được viết thành:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{\lambda}{m} \sin \theta + b_1 u_1 \cos \theta \\ \ddot{y} = -\frac{\lambda}{m} \cos \theta + b_1 u_1 \sin \theta \\ \ddot{\theta} = b_2 u_2 \end{cases} \quad (5)$$

trong đó:  $b_1 = L/(rI)$ ;  $b_2 = 1/(rm)$

$$u_1 = \tau_1 - \tau_2 ; u_2 = \tau_1 + \tau_2$$

Để đảm bảo điều khiển bám quỹ đạo, định nghĩa vectơ sai số bám quỹ đạo:

$$e = q - q_d = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - x_d \\ y - y_d \\ \theta - \theta_d \end{bmatrix} \quad (6)$$

với  $q_d$  là quỹ đạo mong muốn.

### 3. Thiết kế bộ điều khiển

Tách mô hình động học xe tự hành (5) thành hai hệ con. Hệ con thứ nhất chỉ còn phụ thuộc vào tín hiệu điều khiển  $u_1$ ; hệ con thứ hai phụ thuộc vào tín hiệu điều khiển  $u_2$ . Bộ điều khiển bám quỹ đạo cho WMR sẽ bao gồm hai thành phần: bộ điều khiển trượt để tổng hợp tín hiệu điều khiển  $u_1$  và bộ điều khiển backstepping cho tín hiệu điều khiển  $u_2$ . Trình tự thiết kế bộ điều khiển sẽ được trình bày trong các phần sau đây.

#### 3.1. Thiết kế bộ điều khiển trượt cho xe theo hướng chuyển động X và Y

Từ phương trình (5), ta có mô hình của hệ con thứ nhất:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{\lambda}{m} \sin \theta + b_1 u_1 \cos \theta = f_1 + g_1 u_1 \\ \ddot{y} = -\frac{\lambda}{m} \cos \theta + b_1 u_1 \sin \theta = f_2 + g_2 u_1 \end{cases} \quad (7)$$

Tín hiệu  $u_1$  là đầu vào điều khiển cho cả hai phương chuyển động X, Y. Trong bài báo này nhóm tác giả sẽ tách tín hiệu  $u_1$  ra làm hai thành phần để tác động lên hai hướng chuyển động tương ứng, với trọng số là bằng nhau:

$$u_1 = u_{1x} + u_{1y} \quad (8)$$

- Thiết kế luật điều khiển cho hướng chuyển động X, xét phương trình:

$$\ddot{x} = f_1 + g_1 u_{1x} \quad (9)$$

Ta đặt:  $e_{x1} = e_x = x - x_d$

$$e_{x2} = \dot{e}_{x1} - \alpha_x, \text{ với } \alpha_x = \dot{x}_d - c_x e_{x1}$$

$$\text{Chọn mặt trượt: } S_x = e_{x2} + \lambda_x e_{x1} \quad (10)$$

Tính đạo hàm cấp một:

$$\dot{S}_x = \dot{e}_{x2} + \lambda_x \dot{e}_{x1} = \ddot{x} - \ddot{x}_d + c_x \dot{e}_{x1} + \lambda_x \dot{e}_{x1} \quad (11)$$

Để có  $S_x \dot{S}_x < 0$  ta chọn  $\dot{S}_x = -k_x \text{sign}(S_x)$ , thì khi đó:

$$\ddot{x} - \ddot{x}_d + c_x \dot{e}_{x1} + \lambda_x \dot{e}_{x1} = -k_x \text{sign}(S_x)$$

$$f_1 + g_1 u_{1x} - \ddot{x}_d + c_x \dot{e}_{x1} + \lambda_x \dot{e}_{x1} = -k_x \text{sign}(S_x)$$

Vậy tín hiệu điều khiển cho thành phần X là:

$$u_{1x} = (\ddot{x}_d - c_x \dot{e}_{x1} - \lambda_x \dot{e}_{x1} - k_x \text{sign}(S_x) - f_1) / g_1 \quad (12)$$

- Thiết kế luật điều khiển cho hướng chuyển động Y:

$$\ddot{y} = f_2 + g_2 u_{1y} \quad (13)$$

Đặt  $e_{y1} = e_y = y - y_d$  và  $e_{y2} = \dot{e}_{y1} - \alpha_y$ , với

$\alpha_y = \dot{y}_d - c_y e_{y1}$ . Chọn mặt trượt:

$$S_y = e_{y2} + \lambda_y e_{y1} \quad (14)$$

$$\text{Thì } \dot{S}_y = \dot{e}_{y2} + \lambda_y \dot{e}_{y1} = \ddot{y} - \ddot{y}_d + c_y \dot{e}_{y1} + \lambda_y \dot{e}_{y1} \quad (15)$$

Tương tự như hướng chuyển động X, ta cũng có luật điều khiển cho hướng Y:

$$u_{1y} = (\ddot{y}_d - c_y \dot{e}_{y1} - \lambda_y \dot{e}_{y1} - k_y \text{sign}(S_y) - f_2) / g_2 \quad (16)$$

Vậy luật điều khiển cho hệ con thứ nhất:

$$u_1 = (\ddot{x}_d - c_x \dot{e}_{x1} - \lambda_x \dot{e}_{x1} - k_x \text{sign}(S_x) - f_1) / g_1 + (\ddot{y}_d - c_y \dot{e}_{y1} - \lambda_y \dot{e}_{y1} - k_y \text{sign}(S_y) - f_2) / g_2 \quad (17)$$

Để giảm hiện tượng chattering ở tần số cao, hàm dấu sign được thay thế bằng hàm sat:

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \text{sgn}(s), & |s| > 1 \\ s, & |s| \leq 1 \end{cases} \quad (18)$$

### 3.2. Bộ điều khiển bám Backstepping cho góc

Tiến hành thiết kế bộ điều khiển bám backstepping theo góc đặt  $\theta_d$ , mục đích là xác định tín hiệu điều khiển  $u_2$  dựa trên việc xác định hàm điều khiển Lyapunov.

Xét hệ con thứ hai từ (5):

$$\ddot{\theta} = b_2 u_2 \quad (19)$$

Đặt biến trạng thái mới:

$$\begin{aligned} z_1 &= e_\theta = \theta - \theta_d \\ z_2 &= \dot{\theta} + \alpha_\theta \end{aligned} \quad (20)$$

Chọn hàm Lyapunov:

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (21)$$

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (z_2 - \dot{\theta}_d)$$

Chọn  $\alpha_\theta = a_1 z_1 - \dot{\theta}_d$  với thông số  $a_1 > 0$ , thì:

$$\dot{V}_1 = -a_1 z_1^2 + z_1 z_2$$

Xét hàm Lyapunov:

$$V_\theta = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_\theta &= \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 = -a_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_2 \dot{z}_2 \\ &= -a_1 z_1^2 + z_2 (z_1 + b_2 u_2 + \dot{\alpha}_\theta) \end{aligned}$$

Chọn tín hiệu điều khiển:

$$u_2 = -\frac{1}{b_1} (z_1 + a_1 z_2 + \dot{\alpha}_\theta), \text{ hằng số } a_2 > 0 \quad (23)$$

Thì khi đó:

$$\dot{V}_\theta = -a_1 z_1^2 - a_2 z_2^2 < 0 \quad (24)$$

Như vậy hệ sẽ ổn định, góc  $\theta$  luôn bám theo  $\theta_d$ .

### 3.3. Phân tích tính ổn định của hệ kín

Tính ổn định của hệ kín được phát biểu như sau:

*Phát biểu:* Hệ thống có mô hình (5), với bộ điều khiển trượt backstepping:

$$\tau = [\tau_1 \quad \tau_2]^T = \left[ \frac{u_1 + u_2}{2} \quad \frac{u_2 - u_1}{2} \right]^T \quad (25)$$

Với  $u_1, u_2$  như trong phương trình (17) và (23) thì hệ kín sẽ ổn định tiệm cận.

*Chứng minh tính ổn định*

Chọn hàm Lyapunov cho hệ kín như sau:

$$V = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} S_x^2 + \frac{1}{2} S_y^2 = V_\theta + V_{xy} \quad (26)$$

Đạo hàm V theo thời gian:

$$\dot{V} = \dot{V}_\theta + \dot{V}_{xy} \quad (27)$$

Theo (23) ta đã có:

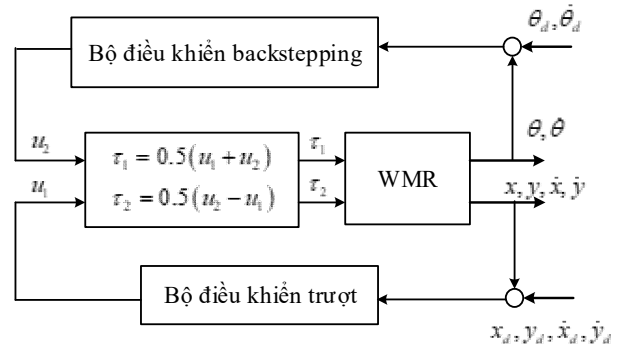
$$\dot{V}_\theta = -a_1 z_1^2 - a_2 z_2^2 < 0 \quad (28)$$

Mặt khác:

$$\dot{V}_{xy} = S_x \dot{S}_x + S_y \dot{S}_y = -k_x S_x \text{sign}(S_x) - k_y S_y \text{sign}(S_y) < 0$$

$$\text{Chúng tỏ: } \dot{V} = \dot{V}_\theta + \dot{V}_{xy} < 0 \quad (29)$$

Do vậy hệ kín ổn định Lyapunov.



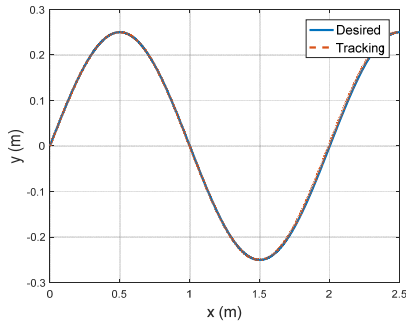
Hình 2. Sơ đồ cấu trúc hệ điều khiển

## 4. Kết quả

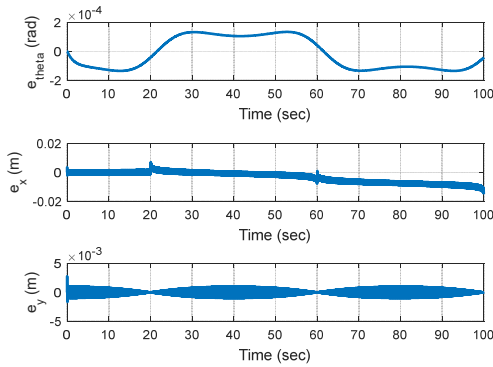
Tham số của xe tự hành được chọn như sau:  $m = 1.038 \text{kg}$ ,  $I = 0.818 \text{kg/m}^2$ ,  $r = 0.025 \text{m}$ ,  $L = 0.075 \text{m}$ . Sử dụng công cụ Matlab-Simulink tiến hành mô phỏng theo hai trường hợp:

- Trường hợp 1: Quỹ đạo đặt là hình sin với quỹ đạo đặt là:

$$q_r = [0.25 \sin 0.025\pi t \quad 0.025t \quad \text{atan}(1/0.25\pi \cos 0.25\pi t)]^T$$



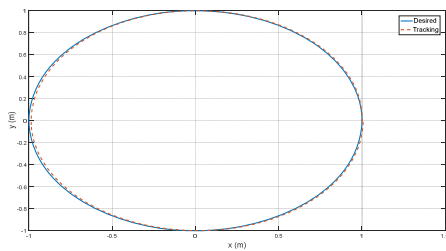
Hình 3. Quỹ đạo bám hình sin



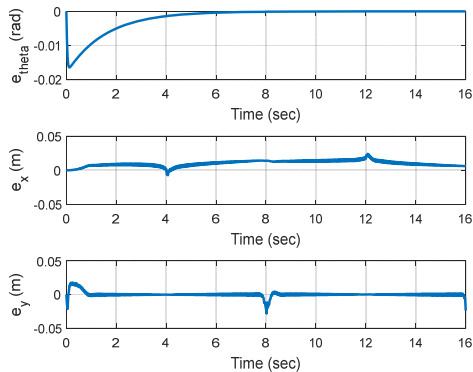
Hình 4. Sai số quỹ đạo

- Trường hợp 2: Xe di chuyển theo quỹ đạo đặt tròn

$$q_r = [\cos 0.125\pi t \quad \sin 0.125\pi t \quad \pi/2 + 0.125\pi t]^T$$



Hình 5. Quỹ đạo bám hình tròn



Hình 6. Sai số quỹ đạo tròn

Các kết quả mô phỏng sử dụng luật điều khiển đã thiết kế cho thấy: khi thử nghiệm với quỹ đạo dạng hình sin và quỹ đạo hình tròn thì xe luôn bám sát theo quỹ đạo đặt (hình 3, hình 5), sai lệch tọa độ  $x$ ,  $y$  và góc hướng  $\theta$  khá là nhỏ (hình 4, hình 6). Chứng tỏ luật điều khiển cho đáp ứng chất lượng tốt, có khả năng thực thi đưa vào ứng dụng thực tế được.

## 5. Kết luận

Bài báo đã đưa ra một cấu trúc điều khiển sử dụng một mạch vòng với hai bộ điều khiển cho hai hệ con. Tính ổn định của hệ đã được chứng minh trên lý thuyết và mô phỏng kiểm chứng. Bộ điều khiển thiết kế khá đơn giản, việc hiệu chỉnh các tham số linh hoạt nhưng đòi hỏi các biến trạng thái của hệ phải đo được. Trong tương lai gần, nhóm sẽ tiến hành thực nghiệm trên mô hình xe thực.

## Tài liệu tham khảo

- [1] A Chih-Yang Chen, Tzuo-Hseng S. Li, Ying-Chieh Yeh, Cha-Cheng Chang: *Design and implementation of an adaptive sliding-mode dynamic controller for wheeled mobile robots*, Mechatronics Vol. 19, No.2 (2009), pp.156-166.
- [2] Ahmed F. Amer, Elsayed A. Sallam, and Ibrahim A. Sultan *Adaptive Sliding-Mode Dynamic Controller for Nonholonomic Mobile Robots*, In 2016 12th International Computer Engineering Conference (ICENCO), IEEE (2015), pp. 230-235.
- [3] Phạm Thị Hương Sen, Nguyễn Quang Minh, Đỗ Thị Tú Anh, Phan Xuân Minh: *Designing a Tracking Control Algorithm for Wheel Mobile Robot based on Backstepping and Hierarchical sliding Techniques*, 2019 First International Symposium on Instrumentation, Control, Artificial Intelligence, and Robotics (ICA-SYMP). IEEE (2019), pp. 25-28.
- [4] S. Rudra, R. K. Barai, and M. Maitra, "Design and implementation of a block backstepping based tracking control for nonholonomic wheeled mobile robot", Int. J. Robust and Nonlinear Control, 2016, vol. 26, pp. 3018-3035.
- [5] Khoshnam Shojaei, Alireza Mohammad Shahri, Ahmadreza Tarakameh and Behzad Tabibian, *Adaptive trajectory tracking control of a differential drivewheeled mobile robot*, Robotica, 2011, vol. 29, pp. 391-402.
- [6] Farzad Pourboghrat, Mattias P. Karlsson, "Adaptive control of dynamic mobile robots with nonholonomic constraints", Computers and Electrical Engineering, 2002, vol. 28, pp. 241-253.